

信号与系统：第 5 章系统频域分析与应用

考前复习提要与公式速查

使用说明：中文为主，核心术语附英文；每个考点均标注原课件与页码。建议先看“核心公式”和“解题方法”，再用页码回查课件推导与例题。

南京大学《信号与系统》课件整理

2026 年 6 月 8 日

目录

1	5.1 频域分析主线与频率响应	2
2	5.2 利用系统函数求响应	2
2.1	正弦稳态响应	2
2.2	RC 低通对矩形脉冲的响应	3
3	5.3 无失真传输	3
4	5.4 理想低通滤波器及其响应	4
4.1	频率响应与冲激响应	4
4.2	阶跃响应、上升时间与吉布斯现象	4
5	5.5 物理可实现性与 Paley–Wiener 准则	5
5.1	可实现低通示例	5
6	5.6 Hilbert 变换与因果约束	6
6.1	定义与频域意义	6
6.2	因果系统实部与虚部的约束	6
6.3	单边带信号生成	6
7	5.7 调制与解调	7
7.1	调制的目的与 DSB–SC	7
7.2	同步解调	7
7.3	普通 AM 与包络检波	7
8	5.8 带通系统的运用	8
9	5.9 从抽样信号恢复连续时间信号	9
9.1	理想抽样与理想恢复	9
9.2	零阶保持与补偿	9
10	5.10 脉冲编码调制	10
11	5.11 频分、时分与码分复用	11
11.1	FDM 与 TDM	11
11.2	码型、带宽与码间串扰	11
11.3	码分复用与 CDMA	11
12	全章核心关系速查	11

1 5.1 频域分析主线与频率响应

- 本章把傅里叶变换用于通信系统中的滤波 (filtering)、调制 (modulation) 和抽样 (sampling)，主线是：用系统频率响应描述各频率分量如何被加权，再把频域结论解释为时域波形变化。 (§5.1 引言, p.2)

- 对 LTI 系统，若 $e(t) \leftrightarrow E(j\omega)$ 、 $h(t) \leftrightarrow H(j\omega)$ 、 $r(t) \leftrightarrow R(j\omega)$ ，则

$$R(j\omega) = E(j\omega)H(j\omega), \quad H(j\omega) = \frac{R(j\omega)}{E(j\omega)}.$$

对稳定系统且虚轴位于 $H(s)$ 的收敛域内，可令 $H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega}$ 。 (§5.1 引言, p.3)

- 写成极坐标形式

$$H(j\omega) = |H(j\omega)|e^{j\varphi_h(\omega)},$$

其中 $|H(j\omega)|$ 是幅频特性 (magnitude response)， $\varphi_h(\omega)$ 是相频特性 (phase response)。输出幅度等于输入幅度乘 $|H|$ ，输出相位等于输入相位加 φ_h 。 (§5.1 引言, p.4-5)

- 复指数是 LTI 系统的特征函数 (eigenfunction)：

$$h(t) * e^{j\omega_0 t} = H(j\omega_0)e^{j\omega_0 t}.$$

因而系统不会改变单个复指数的频率，只改变其复幅度。 (§5.1 引言, p.4)

频域求响应的统一步骤

1. 求输入频谱 $E(j\omega)$ 。 (§5.1 引言, p.3)
2. 求或读取系统频率响应 $H(j\omega)$ 。 (§5.1 引言, p.3-4)
3. 相乘得 $R(j\omega) = E(j\omega)H(j\omega)$ 。 (§5.1 引言, p.3)
4. 反变换求 $r(t)$ ，并从幅频、相频两方面解释波形变化。 (§5.1 引言, p.4-5)

2 5.2 利用系统函数求响应

2.1 正弦稳态响应

核心公式

若输入为 $e(t) = A \sin(\omega_0 t + \theta)$ ，稳定 LTI 系统的零状态稳态响应为

$$r_{ss}(t) = A|H(j\omega_0)| \sin[\omega_0 t + \theta + \varphi_h(\omega_0)].$$

输出与输入同频，幅度乘 $|H(j\omega_0)|$ ，相位增加 $\varphi_h(\omega_0)$ 。 (§5.2 利用系统函数求响应, p.3；正弦信号激励下系统的稳态响应, p.1)

- 对

$$H(j\omega) = \frac{1}{1+j\omega}, \quad |H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}}, \quad \varphi_h(\omega) = -\arctan \omega,$$

输入 $\sin t, \sin 2t, \sin 3t$ 的稳态输出幅度依次为 $1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{5}, 1/\sqrt{10}$ ，相移依次约为 $-45^\circ, -63^\circ, -72^\circ$ 。

(例 5-2-1, p.1)

- 上式只给出稳态零状态部分。若题目要求完整响应，还需结合初始条件补充零输入响应或暂态分量。 (§5.2 利用系统函数求响应, p.3)

- 若 $H(s)$ 在虚轴上有极点，不能简单以 $s = j\omega$ 代入。例如 $h(t) = u(t)$ 时

$$H(s) = \frac{1}{s}, \quad H(j\omega) = \pi\delta(\omega) + \frac{1}{j\omega}.$$

(§5.2 利用系统函数求响应, p.2)

2.2 RC 低通对矩形脉冲的响应

- 对一阶 RC 低通，令 $\alpha = 1/(RC)$ ，则

$$H(s) = \frac{\alpha}{s + \alpha}, \quad H(j\omega) = \frac{\alpha}{\alpha + j\omega}.$$

若输入为 $v_1(t) = E[u(t) - u(t - \tau)]$ ，输出为

$$v_2(t) = E(1 - e^{-\alpha t})u(t) - E[1 - e^{-\alpha(t-\tau)}]u(t - \tau).$$

(例 5-2-2, p.1-3)

- 矩形脉冲的跳变包含丰富高频分量。低通系统抑制高频后，输出边沿按指数规律上升和下降，波形变圆滑。
(例 5-2-2, p.4-5)
- $RC \downarrow \Rightarrow \alpha \uparrow$ ，带宽增大，允许更多高频分量通过，因而上升、下降时间缩短。反之，时间常数越大，响应越慢。
(例 5-2-2, p.5)
- 对周期矩形脉冲，可先求单脉冲响应再周期延拓；频域中则把每条输入谱线乘 $H(jn\omega_1)$ 。
(例 5-2-2, p.6-7)

易错点

- 频域相乘同时包含“模相乘、相角相加”，不能只算幅度。
(§5.1 引言, p.5)
- $|H|^2 = 1/(1 + \omega^2)$ 是模平方，不是幅度；幅度应为 $1/\sqrt{1 + \omega^2}$ 。
(例 5-2-1, p.1)
- 矩形脉冲含两个边沿，第二个延迟阶跃产生的响应不能遗漏。
(例 5-2-2, p.2-3)

3 5.3 无失真传输

- 幅度失真** (*amplitude distortion*) 来自各频率分量衰减不同；**相位失真** (*phase distortion*) 来自相移不与频率成线性关系。线性系统只改变原有分量的幅相，不产生新频率；非线性失真会产生新频率。
(§5.3 无失真传输, p.2)
- 无失真传输** (*distortionless transmission*) 允许统一比例和纯时延：

$$r(t) = Ke(t - t_0).$$

相应的时域、频域条件为

$$h(t) = K\delta(t - t_0), \quad H(j\omega) = Ke^{-j\omega t_0}.$$

(§5.3 无失真传输, p.3, p.8)

- 因而在信号占用频带内必须满足

$$|H(j\omega)| = K, \quad \varphi_h(\omega) = -\omega t_0.$$

即幅频特性平坦、相频特性为过原点的负斜率直线。

(§5.3 无失真传输, p.3-5)

- 群时延 (group delay) 定义为

$$\tau_g(\omega) = -\frac{d\varphi_h(\omega)}{d\omega}.$$

无相位失真时，各频率分量延迟相同，故 $\tau_g(\omega) = t_0$ 为常数。

(§5.3 无失真传输, p.5)

无失真判断题

1. 先确定输入信号的有效频带。 (§5.3 无失真传输, p.3-4)
2. 只在该频带内检查 $|H|$ 是否为常数。 (§5.3 无失真传输, p.3-4)
3. 再检查相位是否为 $-\omega t_0$ ，或群时延是否为常数。 (§5.3 无失真传输, p.4-5)
4. 若各频率只保持原频率但增益或延迟不同，仍然有线性失真。 (§5.3 无失真传输, p.2, p.6)

4 5.4 理想低通滤波器及其响应

4.1 频率响应与冲激响应

核心公式

$$H(j\omega) = \begin{cases} e^{-j\omega t_0}, & |\omega| \leq \omega_c, \\ 0, & |\omega| > \omega_c. \end{cases}$$

它在通带内幅度为 1、相位为 $-\omega t_0$ ，带外完全截止。

(§5.4 理想低通滤波器, p.2)

- 令 $\text{Sa}(x) = \sin x/x$ ，矩形频率窗的反变换为

$$h(t) = \frac{\omega_c}{\pi} \text{Sa}[\omega_c(t - t_0)].$$

频域越窄，时域主瓣越宽；频域的陡峭截断对应时域的长振铃尾部。 (§5.4 理想低通滤波器, p.3-4)

- $h(t)$ 在 $t < t_0$ 已经非零；若要求实时因果系统，输出在输入作用前便出现，因而理想低通是非因果、物理不可实现的模型。 (§5.4 理想低通滤波器, p.4-5)
- 冲激具有无限带宽，经理想低通后高于 ω_c 的分量被删除，输出变为 Sa 波形。仅当 $\omega_c \rightarrow \infty$ 时， $h(t) \rightarrow \delta(t - t_0)$ 。 (§5.4 理想低通滤波器, p.5)

4.2 阶跃响应、上升时间与吉布斯现象

- 令

$$\text{Si}(y) = \int_0^y \frac{\sin x}{x} dx,$$

则单位阶跃响应为

$$r_u(t) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \text{Si}[\omega_c(t - t_0)].$$

(§5.4 理想低通滤波器, p.6-8)

- 阶跃响应的局部最小、最大位置分别为 $t_0 - \pi/\omega_c$ 与 $t_0 + \pi/\omega_c$ 。若 $B = \omega_c/(2\pi)$ ，课件定义的上升时间为

$$t_r = \frac{2\pi}{\omega_c} = \frac{1}{B}, \quad B t_r = 1.$$

带宽越大，时域边沿越快。

(§5.4 理想低通滤波器, p.8-9)

- 对矩形脉冲 $e_1(t) = u(t) - u(t - \tau)$ ，利用线性与时移性质，

$$r_1(t) = \frac{1}{\pi} \{ \text{Si}[\omega_c(t - t_0)] - \text{Si}[\omega_c(t - t_0 - \tau)] \}.$$

(§5.4 理想低通滤波器, p.10)

- 当脉冲过窄或 ω_c 过小时，前沿和后沿响应相互重叠，输出不再具有明显矩形外形。（§5.4 理想低通滤波器, p.10-11）
- 对跳变信号作有限带宽截断，会在跳变附近产生振铃和约 9% 的上冲，称为吉布斯现象（*Gibbs phenomenon*）。改变窗函数可降低上冲，但通常以过渡带变宽为代价。（§5.4 理想低通滤波器, p.11）

易错点

- $\text{Sa}(x) = \sin x/x$ ； $\text{Si}(x)$ 是其积分，二者不可混写。（§5.4 理想低通滤波器, p.3, p.7）
- 有限带宽系统不能无失真传输冲激或理想跳变，因为它们需要无限频带。（§5.4 理想低通滤波器, p.5, p.9-11）
- 角频率带宽 ω_c 与普通频率带宽 B 相差 2π ，上升时间问题最易在此丢因子。（§5.4 理想低通滤波器, p.9）

5.5 物理可实现性与 Paley–Wiener 准则

- 物理可实现系统首先必须是因果系统（*causal system*）：

$$h(t) = 0 \quad (t < 0), \quad h(t) = h(t)u(t).$$

(5.5 系统的物理可实现性、佩利–维纳准则, p.3)

- 课件同时给出频率响应的平方可积条件

$$\int_{-\infty}^{\infty} |H(j\omega)|^2 d\omega < \infty.$$

它约束频率响应具有有限能量。

(5.5 系统的物理可实现性、佩利–维纳准则, p.3)

- 佩利–维纳准则（*Paley–Wiener criterion*）给出的必要条件可写为

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\ln |H(j\omega)||}{1 + \omega^2} d\omega < \infty.$$

其物理含义是：可实现系统的总衰减不能过于迅速。

(5.5 系统的物理可实现性、佩利–维纳准则, p.3-4)

- $|H(j\omega)|$ 可以在离散频点为零，但不能在一个有限宽频带内恒为零。因此理想低通、高通、带通和带阻滤波器都不可物理实现。（5.5 系统的物理可实现性、佩利–维纳准则, p.4）
- Paley–Wiener 条件是必要条件而不是充分条件；满足积分条件不能单独保证系统因果、稳定且可由实际网络实现。（5.5 系统的物理可实现性、佩利–维纳准则, p.4）

5.1 可实现低通示例

- 课件给出的 RLC 网络具有

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - \omega^2 LC + j\omega L/R}.$$

它的幅频特性只能近似矩形低通，通带与阻带之间存在过渡。

(可实现的低通, p.1-2)

- 取 $R = \sqrt{L/C}$ 、 $\omega_c = 1/\sqrt{LC}$ 后，

$$h(t) = \frac{2\omega_c}{\sqrt{3}} e^{-\omega_c t/2} \sin\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\omega_c t\right) u(t).$$

因为响应从 $t = 0$ 才开始，所以该网络满足因果性。

(可实现的低通, p.2-3)

6 5.6 Hilbert 变换与因果约束

6.1 定义与频域意义

核心公式

$$\hat{f}(t) = \mathcal{H}\{f(t)\} = \frac{1}{\pi} \text{PV} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(\tau)}{t - \tau} d\tau = f(t) * \frac{1}{\pi t},$$

$$\hat{F}(\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) F(\omega).$$

其中 PV 表示柯西主值 (Cauchy principal value)。

(5-6 希尔伯特变换, p.2-3, p.6)

- $-j \operatorname{sgn} \omega$ 的幅度恒为 1: 对正频率相移 $-\pi/2$, 对负频率相移 $+\pi/2$ 。它是宽带全通移相网络 (all-pass phase-shift network)。

(5-6 希尔伯特变换, p.2-3)

- 反变换为

$$f(t) = -\frac{1}{\pi} \text{PV} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\hat{f}(\tau)}{t - \tau} d\tau.$$

连续作两次 Hilbert 变换得到 $\mathcal{H}^2\{f\} = -f$ 。

(5-6 希尔伯特变换, p.4-6)

- 常用变换对:

$$\mathcal{H}\{\cos \omega_0 t\} = \sin \omega_0 t, \quad \mathcal{H}\{\sin \omega_0 t\} = -\cos \omega_0 t.$$

可用相移、频域乘子或主值积分三种方法验证。(5-6 希尔伯特变换, p.9; 例 5-6-1, p.1-2; 例 5-6-1-bak, p.1-2)

6.2 因果系统实部与虚部的约束

- 对因果系统 $H(j\omega) = R(\omega) + jX(\omega)$, 实部与虚部不能独立指定, 而满足

$$R(\omega) = \frac{1}{\pi} \text{PV} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X(\lambda)}{\omega - \lambda} d\lambda,$$

$$X(\omega) = -\frac{1}{\pi} \text{PV} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{R(\lambda)}{\omega - \lambda} d\lambda.$$

(5-6 希尔伯特变换, p.7-8)

- 对 $h(t) = e^{-\alpha t} u(t)$,

$$H(j\omega) = \frac{1}{\alpha + j\omega} = \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} - j \frac{\omega}{\alpha^2 + \omega^2},$$

其实部和虚部满足上述 Hilbert 变换关系。

(例 5-6-2, p.1-3)

6.3 单边带信号生成

- 令 $g(t)$ 的带宽为 ω_m , 且 $\omega_0 > \omega_m$ 。用原信号和 Hilbert 变换信号组成正交支路, 可生成上边带

$$y_{\text{USB}}(t) = g(t) \cos \omega_0 t - \hat{g}(t) \sin \omega_0 t.$$

两支路相加时, 一个边带相长、另一个边带相消。

(例 5-6-3, p.1-4)

- 改变 Hilbert 支路或正交载波前的正负号, 可选择保留上边带或下边带。

(例 5-6-3, p.1-4)

易错点

Hilbert 变换不是把整个实信号统一平移 90° ：正、负频率的相移符号相反；实部与虚部的积分关系也含相反符号。

(5-6 希尔伯特变换, p.2-8)

7 5.7 调制与解调

7.1 调制的目的与 DSB-SC

- 调制把基带频谱搬移到较高频段，既便于高频电磁辐射，也使多路信号能够分配到不同频带。以语音直接辐射为例，低频波长过长，会要求不现实的天线尺寸。(§5.07 调制与解调, p.2-3; 辐射与波长的关系, p.1)

- 抑制载波双边带调幅 (double-sideband suppressed-carrier, DSB-SC) 定义为

$$f(t) = g(t) \cos \omega_0 t.$$

若 $G(\omega) = 0$ ($|\omega| > \omega_m$), 则

$$F(\omega) = \frac{1}{2}[G(\omega - \omega_0) + G(\omega + \omega_0)].$$

即基带频谱被复制到 $\pm\omega_0$ 附近，每份幅度缩小为一半。

(§5.07 调制与解调, p.4-6)

7.2 同步解调

- 接收端把 DSB-SC 信号再次乘以同频同相本地载波：

$$g(t) \cos^2 \omega_0 t = \frac{1}{2}g(t) + \frac{1}{2}g(t) \cos 2\omega_0 t.$$

低通滤除 $2\omega_0$ 附近分量，再以增益 2 恢复 $g(t)$ 。

(§5.07 调制与解调, p.7-8)

- 解调低通的截止频率应满足

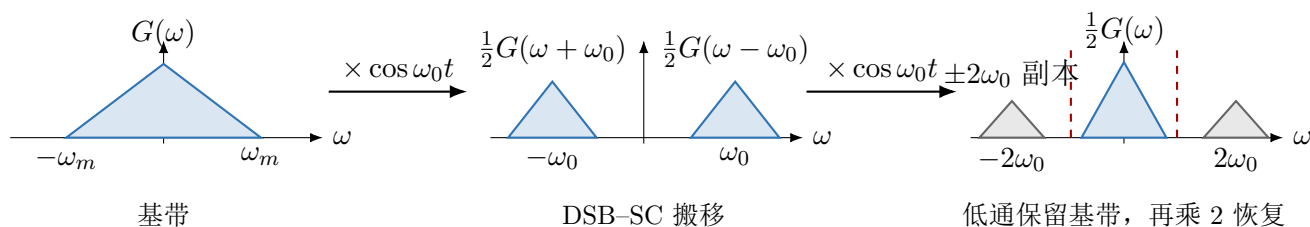
$$\omega_m < \omega_c < 2\omega_0 - \omega_m,$$

既完整保留基带，又拒绝二倍载频附近的频谱。

(§5.07 调制与解调, p.7-8)

- 同步解调的结论以本地载波与发送载波同频同相为前提。频率误差会产生拍频，相位误差会使恢复幅度乘上相应相位因子。

(§5.07 调制与解调, p.7)



(§5.07 调制与解调, p.5-8)

7.3 普通 AM 与包络检波

- 普通调幅信号为

$$x_{AM}(t) = [A + g(t)] \cos \omega_0 t.$$

当包络 $A + g(t)$ 不跨过零时，可用二极管整流和 RC 低通直接提取包络；DSB-SC 的包络不等于 $g(t)$ ，不能直接作普通包络检波。

(§5.07 调制与解调, p.9-10; 5_ 包络检波, p.2-4)

- 对 $v(t) = V_c[1 + m \sin \Omega t] \sin \omega_0 t$ ，若在导通区近似 $i_D \approx av$ ，一个载波周期内的平均电流为

$$I_D \approx \frac{aV_c}{\pi} + \frac{aV_cm}{\pi} \sin \Omega t.$$

第一项是直流，第二项正比于调制信号。

(5_ 包络检波, p.9-14)

- 物理过程是：输入正半周上升时二极管导通并给电容充电；输入下降或进入负半周时二极管截止，电容经负载 R 放电；下一次输入超过电容电压时再次导通，从而近似跟踪包络。(5_ 包络检波, p.16-20)
- 依据充放电与失真机理，常用工程设计原则可概括为

$$T_c \ll RC \ll T_m,$$

其中 T_c 是载波周期， T_m 是包络变化时间尺度：左侧保证载波纹波小，右侧保证放电能跟上包络。这是定性尺度关系，不是课件给出的严格定量边界。

(5_ 包络检波, p.20-24)

- RC 过大时，电容放电跟不上下降包络，产生 **惰性失真** (*diagonal clipping*)；接入隔直电容和后级负载后，交流通路改变，负峰附近还可能出现**负峰值失真** (*negative peak clipping*)。(5_ 包络检波, p.23-28)

调制解调频谱题

- 画出基带 $G(\omega)$ 并标出 ω_m 。(§5.07 调制与解调, p.5)
- 乘载波后平移到 $\pm\omega_0$ ，注意幅度的 1/2。(§5.07 调制与解调, p.5-6)
- 再乘本地载波时，得到基带副本和 $\pm 2\omega_0$ 附近副本。(§5.07 调制与解调, p.7-8)
- 依据频谱间隔选择低通截止频率，最后补偿常数增益。(§5.07 调制与解调, p.7-8)

8 5.8 带通系统的运用

- 调幅信号通过带通系统时，主要考察消息包络是否失真，而不关心载波获得的共同绝对相位，因为接收端最终要解调出包络。(§5.08 带通滤波系统的运用, p.3)
- 为保证包络无失真，系统在已调信号占用频带内应满足：幅频特性为常数；相频特性是通过载频点的直线。等价地说，边带相对载频的增益不变、群时延近似为常数。(§5.08 带通滤波系统的运用, p.3)
- 对

$$v_1(t) = (1 + \cos t) \cos 100t = \cos 100t + \frac{1}{2} \cos 101t + \frac{1}{2} \cos 99t,$$

应分别考察载频 100 和两个边频 99, 101 处的频率响应。

(例 5-8-1, p.1)

- 载频附近若

$$H(j\omega) \approx \frac{1}{1 + j(\omega - 100)},$$

则 $H(j100) = 1$ 、 $H(j101) = 2^{-1/2}e^{-j45^\circ}$ 、 $H(j99) = 2^{-1/2}e^{j45^\circ}$ ，输出为

$$v_2(t) = \left[1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(t - 45^\circ) \right] \cos 100t.$$

包络调制度减小，并延迟 $\pi/4$ s。

(例 5-8-1, p.2-6)

- **频率窗函数** (*frequency-domain window*) 用于截取或加权某一局部频段。课件例题所得理想带通窗满足

$$\omega_0 = \frac{3\pi}{a}, \quad B_\omega = \frac{2\pi}{a}, \quad \frac{B_\omega}{\omega_0} = \frac{2}{3}.$$

增大 a 时中心频率降低、带宽变窄，但相对带宽保持不变。 (§5.08 带通滤波系统的运用, p.4; 例 5-8-2, p.2-4)

易错点

分析调幅波通过带通系统时，必须比较载频与上下边频的**相对增益和相位**。只看中心频率处 $H(j\omega_0)$ 无法判断包络是否失真。 (例 5-8-1, p.2-6)

9 5.9 从抽样信号恢复连续时间信号

9.1 理想抽样与理想恢复

- 理想抽样信号及其频谱为

$$f_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s)\delta(t - nT_s),$$

$$F_s(\omega) = \frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_s), \quad \omega_s = \frac{2\pi}{T_s}.$$

抽样在频域中产生间隔为 ω_s 的周期谱副本。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.3)

- 若原信号带限于 $|\omega| \leq \omega_m$ ，且 $\omega_s > 2\omega_m$ ，各谱副本不重叠，可用理想低通选出基带副本。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.2-4)
- 恢复低通可取

$$H_r(\omega) = \begin{cases} T_s, & |\omega| \leq \omega_c, \\ 0, & |\omega| > \omega_c, \end{cases} \quad \omega_m \leq \omega_c \leq \omega_s - \omega_m.$$

通带增益 T_s 用来抵消抽样频谱中的 $1/T_s$ 。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.2-3)

- 对应的 **Sa 插值** (*sinc interpolation*) 公式为

$$f(t) = T_s \frac{\omega_c}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nT_s) \text{Sa}[\omega_c(t - nT_s)].$$

临界抽样时 $\omega_s = 2\omega_m$ 、 $\omega_c = \omega_m = \pi/T_s$ ，前置系数化为 1。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.3-4)

- 时域解释：在每个抽样时刻放置一个以 $f(nT_s)$ 为峰值系数的移位 Sa 波形，全部叠加后恢复连续信号。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.3-4)

9.2 零阶保持与补偿

- 实际系统难以产生和传输理想冲激，常用 **零阶保持** (*zero-order hold, ZOH*) 把每个样值保持一个抽样周期，得到阶梯波。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.5-7)
- 零阶保持器的冲激响应和频率响应为

$$h_0(t) = u(t) - u(t - T_s),$$

$$H_0(\omega) = T_s \text{Sa}\left(\frac{\omega T_s}{2}\right) e^{-j\omega T_s/2}.$$

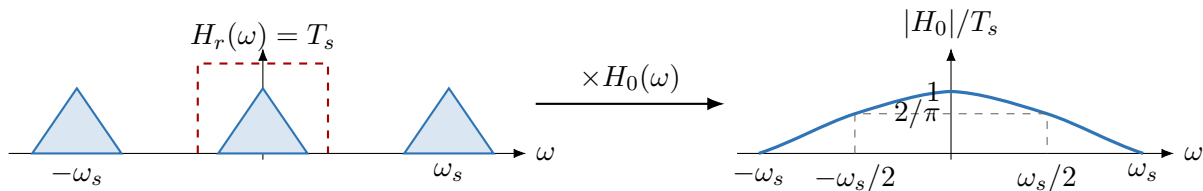
它引入 Sa 型幅度下垂和 $T_s/2$ 的线性相位延迟。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.6-8)

- 理想带内补偿希望取

$$H_{0r}(\omega) = \frac{e^{j\omega T_s/2}}{\text{Sa}(\omega T_s/2)}, \quad |\omega| < \frac{\omega_s}{2}.$$

其中相位因子表示时间超前，不能直接由因果系统实现；工程上需加入允许的总延时时，使补偿系统具有可实现的线性相位。

(§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.8-9)



抽样谱副本；理想低通选出基带

ZOH 的 Sa 包络造成带内高频下垂

(§5.9 从

抽样信号恢复连续时间信号, p.2-3, p.6-8)

抽样恢复题的四步检查

1. 标出原信号最高角频率 ω_m 。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.2-4)
2. 由 T_s 求 $\omega_s = 2\pi/T_s$ ，检查是否满足 $\omega_s > 2\omega_m$ 。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.2-4)
3. 画出周期谱副本，选择允许的恢复截止频率 ω_c 。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.2-3)
4. 若含保持器，再乘 $H_0(\omega)$ ，分析幅度下垂、时延与补偿。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.6-9)

易错点

- 若抽样后已经混叠，后接任何低通滤波器都不能无失真恢复。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.2-4)
- 理想恢复低通的增益是 T_s ，不是 1。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.2-3)
- 零阶保持不是理想低通；它还会乘上 Sa 包络并引入半个抽样周期的延迟。 (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.6-8)

10 5.10 脉冲编码调制

- 脉冲幅度调制 (pulse-amplitude modulation, PAM) 只把连续信号变为脉冲序列，脉冲幅度仍连续；脉冲编码调制 (pulse-code modulation, PCM) 则继续对样值量化并编码。 (5.10 脉冲编码调制 (PCM), p.2)
- PCM 发送端依次完成“抽样-量化-编码”，接收端经 D/A 和补偿滤波恢复连续信号。抽样使时间离散，量化使幅度离散，二者作用维度不同。 (5.10 脉冲编码调制 (PCM), p.3-4)
- 若量化电平数为 $M = 2^n$ ，则每个样值需要 $n = \log_2 M$ 位；抽样率为 f_s 时，比特率为

$$R_b = n f_s.$$

语音例中 $f_s = 8 \text{ kHz}$ 、 $n = 8$ ，故 $R_b = 64 \text{ kbit/s}$ 。

(5.10 脉冲编码调制 (PCM), p.5-6)

- PCM 可用再生器重新判决和整形，避免沿途噪声像模拟中继那样逐级累加，并便于复用和数字处理；代价是量化误差以及通常更高的码率和带宽需求。 (5.10 脉冲编码调制 (PCM), p.4, p.6)

11 5.11 频分、时分与码分复用

11.1 FDM 与 TDM

- 频分复用 (frequency-division multiplexing, FDM) 把各路基带信号调制到互不重叠的频段后相加; 接收端依次进行“带通选路-同步解调-低通恢复”。 (§5.11 频分复用与时分复用, p.2-5)
- 第 a 路经带通分离后与本地载波相乘:

$$f_a(t) \cos^2 \omega_a t = \frac{1}{2} f_a(t) + \frac{1}{2} f_a(t) \cos 2\omega_a t.$$

低通保留 $f_a(t)/2$, 再作增益补偿。 (§5.11 频分复用与时分复用, p.5)

- 时分复用 (time-division multiplexing, TDM) 把信道按时间分成 时隙 (time slot), 各路数字信号轮流占用。其实现依赖时钟和帧同步, 电路结构统一, 便于数字集成。 (§5.11 频分复用与时分复用, p.6-7)

11.2 码型、带宽与码间串扰

- 码元周期为 T 时, 码速为 $R_s = 1/T$ 。矩形码元旁瓣较大, 选用带外高频成分较小的码型可提高频带利用率。 (§5.11 频分复用与时分复用, p.8)
- 选取

$$p(t) = \text{Sa}\left(\frac{\pi t}{T}\right),$$

则其频谱为矩形, 单边基带带宽为

$$B = \frac{1}{2T}.$$

因 $p(nT) = 0$ (非零整数 n), 在整数倍 T 处判决可避免 码间串扰 (intersymbol interference, ISI)。 (§5.11 频分复用与时分复用, p.9)

11.3 码分复用与 CDMA

- 码分复用 (code-division multiplexing, CDM) 利用正交码的强自相关、弱互相关区分用户, 分路机制是相关运算, 而不是选频或选时隙。 (§6.9_ 码分复用、码分多址 (CDMA) 通信, p.2-5)
- 地址码相关性可表示为

$$R_{k,i}(\tau) = \int_0^T c_k(t - \tau) c_i(t) dt.$$

对幅度归一为 ± 1 的地址码, 同码且对准时 $R_{k,k}(0) = T$, 达到相关峰值; 异码或错位时 $|R_{k,i}(\tau)| \leq T$, 并应设计得远小于 T (理想同步正交码在 $k \neq i, \tau = 0$ 时为 0)。接收端必须同时补偿传播时延并完成码位同步。 (§6.9_ 码分复用、码分多址 (CDMA) 通信, p.7-8)

12 全章核心关系速查

主题	核心关系	判断关键词
频率响应	$R = EH$, 正弦输出幅度乘 $ H $ 、相位加 φ_h (§5.1 引言, p.3-5)	频谱加权、同频稳态
无失真传输	$H(j\omega) = Ke^{-j\omega t_0}$ (§5.3 无失真传输, p.3-5)	带内平坦、线性相位

理想低通	$h(t) = (\omega_c/\pi) \text{Sa}[\omega_c(t - t_0)]$ (§5.4 理想低通滤波器, p.2-11)	非因果、振铃、 $Bt_r = 1$
物理可实现性	$h(t) = 0 \ (t < 0), \text{ Paley-Wiener 积分有限}$ (§5.5 系统的物理可实现性、佩利-维纳准则, p.3-4)	因果、不能整段严格为零
Hilbert 变换	$\widehat{F} = -j \text{sgn}(\omega) F$ (§5.6 希尔伯特变换, p.2-8)	正负频率相移相反
DSB-SC	$g(t) \cos \omega_0 t \leftrightarrow \frac{1}{2}[G(\omega - \omega_0) + G(\omega + \omega_0)]$ (§5.07 调制与解调, p.4-8)	频谱搬移、同步解调
带通无包络失真	通带内常数幅度、载频附近线性相位	比较载频和边频
	(§5.08 带通滤波系统的运用, p.3)	
抽样恢复	$\omega_s > 2\omega_m, \text{ 恢复低通增益 } T_s$ (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.2-4)	谱副本不重叠、Sa 插值
零阶保持	$H_0 = T_s \text{Sa}(\omega T_s/2) e^{-j\omega T_s/2}$ (§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.6-9)	幅度下垂、半周期延迟

考前最后检查

- 看见 $H(j\omega)$ ，先分开幅度和相位，不要只算模。(§5.1 引言, p.4-5)
- 看见“无失真”，先限定信号频带，再检查平坦幅度和常群时延。(§5.3 无失真传输, p.3-6)
- 看见矩形频率窗，立即联想到 Sa 冲激响应、非因果性和振铃。(§5.4 理想低通滤波器, p.3-11)
- 看见调幅波，拆成载频与边频；看见解调，追踪基带与二倍载频副本。(§5.07 调制与解调, p.5-8)
- 看见抽样恢复，先判混叠，再选低通；若有保持器，补上 Sa 下垂和延迟。(§5.9 从抽样信号恢复连续时间信号, p.2-9)