

2025–2026 学年第二学期期末考试

运筹学 II

(任课教师：占扬)

考试时间：120 分钟

一、(20 分)

用动态规划求解以下问题：

(1)

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{i=1}^n (x_i + \alpha_i)^p \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n x_i = c \\ & x_i \geqslant 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & p > 1, \quad c \gg \alpha_i \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + x_2 + x_3^2 \quad (\text{具体形式存疑}) \\ \text{s.t.} \quad & 3x_1 + x_2 + 4x_3 \leqslant 23 \\ & x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}_+ \end{aligned}$$

二、(15 分)

某人求职面试，每次面试得知的薪资待遇 x 服从 $[1, 3]$ 上的均匀分布，且相互独立。如果接受则得到 x ，不接受则继续面试直到接受为止。无论接受与否，每次面试都要支付面试成本 c 。

- (1) 求最优的面试策略；
- (2) 求期望面试次数。

三、(20 分)

考虑如下蜈蚣博弈 (Centipede Game)：

- (1) 用逆向推理法求解子博弈完美均衡；
- (2) 判断该均衡是否为帕累托最优；
- (3) 如果把终点收益 $(64, 16)$ 改为 $(x, 80 - x)$ ，且 $(x, 80 - x)$ 是子博弈完美均衡的收益，求 x 的取值范围。

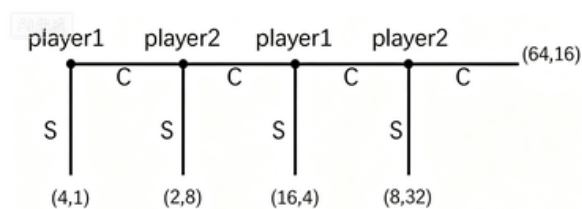


图 1: 蜈蚣博弈

四、(10 分)

决策问题。下图为收益矩阵。(数据不一致)

方案	自然状态		
	Q1	Q2	Q3
A1	3	7	3
A2	6	5	4
A3	5	6	10

图 2: 收益矩阵

用乐观准则、悲观准则、最小后悔值准则分别进行决策。

五、(15 分)

甲乙两人写论文，老师打分。如果都选热门选题，老师会认为内容重复单调各打 60 分；如果一个选热门选题，一个选冷门选题，老师会给热门选题打 100 分，冷门选题 70 分；如果都选冷门选题，老师会各打 80 分。

- (1) 画出收益矩阵；
- (2) 求出所有纯策略纳什均衡；
- (3) 求解混合策略纳什均衡，并计算甲乙的期望得分。

六、(20 分)

考虑 n 个买家的第一价格封闭拍卖。每个人对商品的估价 v 是保密信息，服从 $[0,1]$ 上的均匀分布。卖家公布保留价 r ，由买家出价。如果买家出价均低于 r 则流拍，否则出价最高者赢得商品并支付其出价。设买家的出价策略为 $b(\cdot)$ 。

- (1) 证明 $b(r)=r$;
- (2) 求所有人的贝叶斯纳什均衡;
- (3) 计算卖家的期望收入，并求出使期望收入最高的 r 。